Дігтяр В.А.¹, Камінська М.О.¹, Яресько О.В.²¹ДЗ «Дніпропетровська медична академія МОЗ України», м. Дніпро, Україна²ДУ «Інститут патології хребта та суглобів ім. проф. М.І. Ситенка НАМН України», м. Харків, Україна

Математичний розрахунок та значення коефіцієнта відновлення форми грудної клітки при плануванні торакопластики вродженої лікоподібної деформації грудної клітки

Резюме. Актуальність. Вроджена лікоподібна деформація грудної клітки характеризується різним за глибиною і шириною заглибленням груднини і передніх відділів ребер. Формоутворення, його прогнозування, розрахунок деформованого стану грудної клітки та їх вивчення при плануванні торакопластики за D. Nuss із приводу цієї патології є важливою проблемою ортопедії та торакальної хірургії. **Мета роботи** — розрахунок коефіцієнта відновлення форми грудної клітки шляхом співвідношення глибини лікоподібної деформації та розміру грудної клітки у фронтальній площині до та після математичного моделювання торакопластики за D. Nuss. **Матеріали та методи.** Для оцінки переміщень ребер залежно від глибини деформації грудної клітки h були побудовані дві моделі. Перша модель становить собою плоску раму на опорах, елементи якої складаються з хрящових частин ребер і груднини. Для даної моделі визначалась залежність зусилля F , що необхідне для виправлення глибини деформації грудної клітки. Друга модель становить собою вигнутий стрижень, що моделює ребро, до одного з кінців якого прикладене опорне навантаження, обчислене при аналізі першої моделі. Для даної моделі визначалося переміщення точки фіксації пластини під дією заданого зусилля. Для отримання більш точних результатів були проведені дослідження методом скінченних елементів на моделі грудної клітки. **Результати.** Моделювалося виправлення глибини лікоподібної деформації без фіксації пластини до ребер. Була проведена оцінка переміщень ділянок ребер у місці фіксації пластини при різній глибині лікоподібної деформації грудної клітки: $h = 2-5$ см. Аналіз результатів розрахунку показав, що після виправлення глибини деформації грудної клітки відбувається зменшення її розміру у фронтальній площині. Так, при максимальній глибині деформації $h = 5$ см медіальне відхилення ділянок ребер у місці фіксації пластини відбулося на 2,4 см. **Висновки.** Установлена залежність між глибиною лікоподібної деформації та розміром грудної клітки у фронтальній площині при моделюванні новоутвореної форми грудної клітки при торакопластиці за D. Nuss. Математично розраховано коефіцієнт відновлення форми грудної клітки, що становить $2 (2\Delta = h)$, де h — глибина лікоподібної деформації. Практичне значення встановленого коефіцієнта полягає в тому, що при плануванні торакопластики та наданні форми пластині відстань між її латеральними кінцями, що відтворює форму грудної клітки та прилягає до ребер, перед корекцією лікоподібної деформації повинна бути зменшена на $1/2 h$, де h — глибина лікоподібної деформації, для повноцінного прилягання до ребер у післяопераційному періоді.

Ключові слова: грудна клітка; лікоподібна деформація; торакопластика; математичне моделювання

Вступ

Вроджена лікоподібна деформація грудної клітки (ВЛДГК) характеризується різним за глибиною і шириною заглибленням груднини і передніх відділів ребер. Торакопластика за D. Nuss є одним із найбільш широко використовуваних методів операції при цій патології. Досягається нормальна форма грудної клітки за рахунок підйому груднини пластиною [1, 2].

Формоутворення, його прогнозування, розрахунок деформованого стану грудної клітки та їх вивчення при плануванні торакопластики з приводу ВЛДГК є важливою проблемою ортопедії та торакальної хірургії [3–7].

У роботі Н. Park зі співавторами [2] вперше було звернуто увагу на форму грудної клітки в пацієнтів із ВЛДГК на основі комп'ютерної томографії та запропоновано різну форму пластин та їх фіксацію. У других дослідженнях використовували моделювання грудної клітки за даними КТ пацієнтів і методики скінчених елементів (МСЕ) для оцінки післяопераційної форми грудної клітки і місця розташування пластини [8]. Lin et al. [9, 10] за допомогою автоматизованого 3D-принтера проєктували, формували та виготовляли пластину Nuss на основі полімолочної кислоти. Автори назвали цю операцію процедурою 3DPMAN (3D Printed Model-Assisted Nuss).

Бажання віртуального відтворення майбутньої форми грудної клітки після виконання торакопластики з приводу ВЛДГК може бути втілене на основі розрахунків необхідних параметрів та форми пластини при оперативному втручанні за принципом D. Nuss. Зі свого боку, надання відповідної форми пластині пов'язане з анатомічними розмірами грудної клітки, шириною та глибиною лікоподібної западини. Тому важливим етапом передопераційного планування є математичний розрахунок параметрів майбутньої форми грудної клітки, що заснований на її анатомічних розмірах та розмірах деформації.

Мета роботи — розрахунок коефіцієнта відновлення форми грудної клітки шляхом співвідношення глибини лікоподібної деформації та розміру грудної кліт-

ки у фронтальній площині до та після математичного моделювання торакопластики за D. Nuss.

Матеріали та методи

При виконанні торакопластики за D. Nuss перед установленням пластини за грудиною їй зазвичай надають відповідну форму шляхом вигинання таким чином, щоб після корекції деформації вона по боках відтворювала форму ребер та щільно до них прилягала. Але під час виконання оперативних втручань після ротації пластини і досягнення корекції деформації часто виникає невідповідність наданої пластині форми відновленій формі грудної клітки. А саме бокові кінці пластини виступають під м'якими тканинами грудної клітки, не прилягаючи до ребер, що спонукає до повторного вигинання пластини, травматизації та подовження терміну оперативного втручання. Аналізуючи це явище, ми припустили, що, можливо, воно зумовлене зміною форми та розмірів грудної клітки.

При ретроспективному аналізі комп'ютерних томограм (КТ) грудної клітки до та після операції з приводу лікоподібної деформації встановлено, що після проведення процедури за D. Nuss відбувається зміна розмірів грудної клітки не тільки в сагітальній, але й у фронтальній площині (рис. 1). Збільшується показник ретростернального простору та зменшується поперечний розмір грудної клітки.

Тому виявлена залежність показників зміни анатомічних розмірів грудної клітки до та після торакопластики спонукала до розрахунку залежності між глибиною лікоподібної деформації та розміром грудної клітки у фронтальній площині.

Тобто виникає потреба у формуванні форми пластини з урахуванням не тільки глибини деформації груднини, а й зміни форми грудної клітки у фронтальній площині після корекції деформації. Для визначення величини додаткової корекції форми пластини були проведені як оціночні розрахунки за допомогою методів опору матеріалів, так і розрахунки деформації грудної клітки на основі МСЕ на моделі грудної клітки.

Рисунок 1. Комп'ютерна томографія: а) до операції та б) після операції

Схематичні позначки:*d* – відстань між опорами пластини на грудну клітку;*c* – ширина груднини;*h* – глибина дефекту;*l* – довжина хрящової ділянки ребра;*F* – шукане навантаження.**Рисунок 2. Розрахункова модель**

Для оцінки переміщень ребер залежно від глибини деформації *h* були побудовані дві моделі. Перша модель становить собою плоску раму на опорах, елементи якої складаються з хрящових частин ребер і груднини (рис. 2). Для даної моделі визначалась залежність зусилля *F*, що необхідне для виправлення дефекту, від глибини лійкоподібної деформації (*h*).

У моделі враховані хрящові ділянки ребер і груднина як балки прямокутної перегородки з такими характеристиками [11, 12] (рис. 3).

На рис. 4 наведені епюра моментів від прикладеного навантаження й епюра моментів від одиничної сили, що прикладена в точці визначення переміщень (точка прикладання сили *F*) [13].

Розрахунок переміщень у точці 1 проводили за формулою Максвелла — Мора [13]:

$$\Delta_{1F} = \sum_{k=1}^n \int_0^{l_k} \frac{M_F^k M_1^k}{E_k J_k} ds.$$

Обчислення інтегралів проводили за правилом Верещагіна [13]. Тоді, підставивши значення площ і відповідних координат, отримаємо:

$$\Delta_{1F} = \frac{1}{J} \left(2 \frac{1}{E_x} \frac{1}{2} l \frac{F(d-c)}{4} \frac{(d-c)}{6} + \frac{1}{E_r} 2 \left(\frac{F(d-c)}{4} + \frac{Fd}{4} \right) \frac{c}{2} \frac{d}{4} \right),$$

$$\Delta_{1F} = \frac{3F}{4ab^3} \left(\frac{(d-c)^2 \sqrt{4h^2 + (d-c)^2}}{3E_x} + \frac{cd(2d-c)}{2E_r} \right).$$

Рисунок 3. Геометричні та фізичні характеристики елементів моделі

Нам необхідно знайти зусилля, при якому переміщення точки 1 дорівнюватиме *h*. Підставивши $\Delta_{1F} = h$, отримаємо вираження для сили *F*:

$$F = \frac{4ab^3h}{3 \left(\frac{(d-c)^2 \sqrt{4h^2 + (d-c)^2}}{3E_x} + \frac{cd(2d-c)}{2E_r} \right)}.$$

Оскільки нас цікавить залежність сили від глибини лійкоподібної деформації, інші параметри вважатимемо незмінними і візьмемо для них середнє значення: *a* = 2 см; *b* = 1 см; *c* = 3 см; *d* = 15 см. Підставивши відповідні значення, отримаємо для різних *h*:

<i>h</i> , см	<i>F</i> , Н
1	91,6
2	177,4
3	253,4
4	318,0
5	371,5

Рисунок 4: а) епюра моментів від прикладеного навантаження; б) епюра моментів від одиничної сили

Рисунок 5. Розрахункова модель

Рисунок 6. Епюри моментів від заданого навантаження й одиничної сили

Друга модель становить собою вигнутий стрижень, що моделює ребро, до одного з кінців якого прикладене опорне навантаження, обчислене при аналізі першої моделі (рис. 5). Для даної моделі визначалося переміщення точки фіксації пластины під дією заданого зусилля [13].

Як і для попередньої моделі, балка (ребро) прямокутного перерізу з однаковими характеристиками модуля пружності ребра 11 500 Мпа.

На рис. 6 наведені епюри моментів від заданого навантаження й одиничної сили, що прикладена в точці визначення переміщень (точка фіксації пластины).

Розрахунок переміщень у точці 1 проводили за формулою Максвелла — Мора [13]:

$$\Delta_{1F} = \sum_{k=1}^n \int_0^{l_k} \frac{M_F^k M_1^k}{E_k J_k} ds.$$

Обчислення інтегралів проводили за правилом Верещагіна [13]. Тоді, підставивши значення площ і відповідних координат, отримаємо:

$$\Delta_{1F} = \frac{1}{JE_p} \frac{1}{2} 2rFr \frac{d^2}{16r},$$
$$\Delta_{1F} = \frac{Fr d^2}{16JE_p} = \frac{3Fr d^2}{4ab^3 E_p}.$$

Підставивши відповідні значення з вирішення першого завдання, отримаємо:

h, см	F, Н	Δ , см	h/ Δ
1	91,6	0,7	1,5
2	177,4	1,3	1,5
3	253,4	1,9	1,6
4	318,0	2,3	1,7
5	371,5	2,7	1,8

Побудовані моделі мають низку обмежень як у геометричному плані, так і в завданні фізичних параметрів та граничних умов. Для отримання більш точних результатів були проведені дослідження на скінченно-елементній моделі грудної клітки (рис. 7) [14].

Результати та їх обговорення

Моделювалося виправлення глибини лікоподібної деформації без фіксації пластины до ребер. Була проведена оцінка переміщень ділянок ребер у місці фіксації пластины при різній глибині лікоподібної деформації грудної клітки: h = 2–5 см.

Аналіз результатів розрахунку показав, що після виправлення глибини деформації грудної клітки відбувається зменшення її розміру у фронтальній площині (рис. 8).

Результати переміщень пари ребер VI при різній глибині деформації такі:

h, см	Δ , см	h/ Δ
2	1,1	1,8
3	1,6	1,9
4	2,1	1,9
5	2,4	2,1

Рисунок 7. Скінченно-елементна модель грудної клітки

Рисунок 8. Переміщення пари ребер VI у розрахунковій моделі

Так, при максимальній глибині деформації ($h = 5$ см) медіальне відхилення ділянок ребер у місці фіксації пластини відбулося на 2,4 см. Аналіз результатів показав, що існує залежність між глибиною деформації та новоутвореною формою грудної клітки, а саме її розміром у фронтальній площині при моделюванні торакопластики за D. Nuss.

Висновки

Установлена залежність між глибиною лійкоподібної деформації та розміром грудної клітки у фронтальній площині при моделюванні новоутвореної форми грудної клітки при торакопластиці за D. Nuss. Математично розрахований коефіцієнт відновлення форми грудної клітки, що становить $2 (2\Delta = h)$, де h — глибина лійкоподібної деформації.

Практичне значення встановленого коефіцієнта полягає в тому, що при плануванні торакопластики та наданні форми пластині відстань між її латеральними кінцями, що відтворює форму грудної клітки та прилягає до ребер, перед корекцією лійкоподібної деформації повинна бути зменшена на $1/2 h$, де h — глибина лійкоподібної деформації, для повноцінного прилягання до ребер у післяопераційному періоді.

Конфлікт інтересів. Автори заявляють про відсутність конфлікту інтересів та власної фінансової зацікавленості при підготовці даної статті.

Список літератури

1. Nuss D., Obermeyer R.J., Kelly R.E. Nuss bar procedure: past, present and future. *Ann. Cardiothorac. Surg.* 2016 Sep. 5(5). P. 422-433. doi: 10.21037/acs.2016.08.05.
2. Park H.J., Jeong J.Y., Jo W.M., Shin J.S., Lee I.S., Kim K.T., Choi Y.H. Minimally invasive repair of pectus exca-

vatum: a novel morphology-tailored, patient-specific approach. *J. Thorac. Cardiovasc. Surg.* 2010 Feb. 139(2). P. 379-386. doi: 10.1016/j.jtcvs.2009.09.003.

3. Гаврюшин С.С., Кузьмичев В.А., Грибов Д.А. Биомеханическое моделирование хирургического лечения воронкообразной деформации грудной клетки. *Российский журнал биомеханики.* 2014. Т. 18. № 1. С. 36-47.

4. Улещенко Д.В., Сташкевич А.Т., Шевчук А.В. Оптимізація діагностики різних варіантів лійкоподібної деформації грудної клітки. *Проблеми травматології та остеосинтезу.* 2019. 3(17). С. 41-56.

5. Chang P.Y., Hsu Z.Y., Chen D.P., Lai J.Y., Wang C.J. Preliminary analysis of the forces on the thoracic cage of patients with pectus excavatum after the Nuss procedure. *Clin. Biomech. (Bristol, Avon).* 2008 Aug. 23(7). P. 881-885. doi: 10.1016/j.clinbiomech.2008.02.010. Epub 2008, Apr 1. PMID: 18381225.

6. Nagasao T., Miyamoto J., Tamaki T., Ichihara K., Jiang H., Taguchi T., Yozu R., Nakajima T. Stress distribution on the thorax after the Nuss procedure for pectus excavatum results in different patterns between adult and child patients. *J. Thorac. Cardiovasc. Surg.* 2007 Dec. 134(6). P. 1502-1507. doi: 10.1016/j.jtcvs.2007.08.013. PMID: 18023673.

7. Wang H., Yang J., Liu W., Xia H. Finite Element Analysis-Aided Design of Customized Nuss Bar in Pectus Excavatum Surgery. *Ann. Thorac. Surg.* 2018 Sep. 106(3). P. 938-939. doi: 10.1016/j.athoracsur.2018.01.086.

8. Xie L., Cai S., Xie L., Chen G., Zhou H. Development of a computer-aided design and finite-element analysis combined method for customized Nuss bar in pectus excavatum surgery. *Sci. Rep.* 2017, Jun 14. 7(1). 3543. doi: 10.1038/s41598-017-03622-y.

9. Lin K.H., Huang Y.J., Hsu H.H., Lee S.C. et al. The Role of Three-Dimensional Printing in the Nuss Procedure: Three-Dimensional Printed Model-Assisted Nuss Procedure. *Ann. Thorac. Surg.* 2018 Feb. 105(2). P. 413-417. doi: 10.1016/j.athoracsur.2017.09.031. Epub 2017, Dec 15. PMID: 29254650.

10. Huang Y.J., Lin K.H., Chen Y.Y., Wu T.H. et al. Feasibility and Clinical Effectiveness of Three-Dimensional Printed Model-Assisted Nuss Procedure. *Ann. Thorac. Surg.* 2019 Apr. 107(4). P. 1089-1096. doi: 10.1016/j.athoracsurg.2018.09.021.

11. Awrejcewicz J., Luczak B. Dynamics of human thorax with Lorenz pectus bar. XXII symposium — vibrations in physical systems. Poznań-Będlewo, 2006. P. 59-64.

12. Bone mechanics handbook. Ed. by Stephen C. Cowin. March 15 2001 by CRC Press Reference. 980 p.

13. Межецкий Г.Д., Загребин Г.Г., Решетник Н.Н. Сопротивление материалов: Учебник. Под общ. ред. Г.Д. Межецкого, Г.Г. Загребина. 5-е изд. Москва, 2016. 432 с

14. Zienkiewicz O.C., Taylor R.L. The Finite Element Method for Solid and Structural Mechanics. 6th ed. Butterworth-Heinemann, 2005. 736 p.

Отримано/Received 12.01.2021

Рецензовано/Revised 29.01.2021

Прийнято до друку/Accepted 09.02.2021 ■

V.A. Dihtiar¹, M.O. Kaminska¹, O.V. Yaresko²

¹State Institution "Dnipropetrovsk Medical Academy of the Ministry of Health of Ukraine", Dnipro, Ukraine

²Sytenko Institute of Spine and Joint Pathology of the National Academy of Medical Sciences of Ukraine, Kharkiv, Ukraine

Mathematical calculation and coefficient value of chest shape recovery for planning thoracoplasty of pectus excavatum

Abstract. Background. Pectus excavatum is characterized by retraction of the sternum and anterior ribs of different depth and width. The formation, its prediction, calculation of chest deformity, and their study when planning thoracoplasty using the Nuss procedure for this pathology is an important problem of orthopedics and thoracic surgery. The purpose of the work was to calculate the coefficient of restoration of the chest shape by the ratio of the pectus excavatum depth and the chest size in the frontal plane before and after mathematical modeling of thoracoplasty using the Nuss procedure. **Methods.** To assess displacement of ribs depending on depth deformity of chest h , two models were built. The first model is a flat frame on supports, the elements of which consist of cartilaginous parts of ribs and sternum. For this model, the dependence of the force F was determined, which is necessary to correct the depth of chest deformity. The second model is a curved bar that simulates a rib, to one of the ends of which a support load is applied, calculated during the analysis of the first model. For this model, the displacement of the plate fixation point under the action of a given force was determined. To obtain more accurate results, a finite element study was performed on a chest model. **Results.** The

correction of pectus excavatum depth without fixing plate to ribs was simulated. The displacements of rib sections in the place of plate fixation at different depths of pectus excavatum was assessed: $h = 2$ cm, $h = 3$ cm, $h = 4$ cm, $h = 5$ cm. The analysis of calculation results showed that after correction of the depth of chest deformity, its size in the frontal plane decreases. So, at the maximum deformation depth $h = 5$ cm, the deviation of the rib sections at the plate fixation point occurred by 2.4 cm. **Conclusions.** The relationship between the pectus excavatum depth and chest size in the frontal plane was established when modeling the newly formed chest form during for Nuss procedure. The coefficient of restoring the chest shape was mathematically calculated, which is $2 (2\Delta = h)$, where h is the depth of pectus excavatum. The practical significance of the coefficient is that when planning thoracoplasty and shaping plate, the distance between its lateral ends, which corresponds to the chest shape and adjoin ribs, must be reduced by $\frac{1}{2} h$ (where h is the depth of pectus excavatum) before correcting the pectus excavatum full adherence to the ribs in the postoperative period.

Keywords: chest; pectus excavatum; thoracoplasty; mathematical modeling

Дегтярь В.А.¹, Каминская М.О.¹, Ярьсько А.В.²

¹ГУ «Днепропетровская медицинская академия МЗ Украины», г. Днепр, Украина

²ГУ «Институт патологии позвоночника и суставов им. проф. М.И. Ситенко НАМН Украины», г. Харьков, Украина

Математический расчет и значение коэффициента восстановления формы грудной клетки при планировании торакопластики врожденной воронкообразной деформации грудной клетки

Резюме. Актуальность. Врожденная воронкообразная деформация грудной клетки характеризуется разным по глубине и ширине западением грудины и передних отделов ребер. Формообразование, его прогнозирование, расчет деформированного состояния грудной клетки и их изучение при планировании торакопластики по D. Nuss по поводу этой патологии является важной проблемой ортопедии и торакальной хирургии. **Цель работы** — расчет коэффициента восстановления формы грудной клетки путем соотношения глубины воронкообразной деформации и размера грудной клетки во фронтальной плоскости до и после математического моде-

лирования торакопластики по D. Nuss. **Материалы и методы.** Для оценки перемещений ребер в зависимости от глубины деформации грудной клетки h были построены две модели. Первая модель представляет собой плоскую раму на опорах, элементы которой состоят из хрящевых частей ребер и грудины. Для данной модели определялась зависимость усилия F , которое необходимо для исправления глубины деформации грудной клетки. Вторая модель представляет собой изогнутый стержень, моделирующий ребро, к одному из концов которого приложена опорная нагрузка, вычисленная при анализе первой модели. Для данной модели определя-

лось перемещение точки фиксации пластины под действием заданного усилия. Для получения более точных результатов были проведены исследования методом конечных элементов на модели грудной клетки. **Результаты.** Моделировалась коррекция глубины воронкообразной деформации без фиксации пластины к ребрам. Была проведена оценка перемещений участков ребер в месте фиксации пластины при разной глубине воронкообразной деформации грудной клетки: $h = 2\text{--}5$ см. Анализ результатов расчета показал, что после коррекции глубины деформации грудной клетки происходит уменьшение ее размера во фронтальной плоскости. Так, при максимальной глубине деформации $h = 5$ см отклонение участков ребер в месте фиксации пластины произошло на 2,4 см. **Выводы.** Установлена зависимость между глубиной воронкообразной деформации и размером груд-

ной клетки во фронтальной плоскости при моделировании новообразованной формы грудной клетки при торакопластике по D. Nuss. Математически рассчитан коэффициент восстановления формы грудной клетки, который составляет 2 ($2\Delta = h$), где h — глубина воронкообразной деформации. Практическое значение коэффициента заключается в том, что при планировании торакопластики и придании формы пластине расстояние между ее латеральными концами, которые соответствуют форме грудной клетки и прилегают к ребрам, перед коррекцией воронкообразной деформации необходимо уменьшить на $1/2 h$, где h — глубина воронкообразной деформации, для полноценного прилегания к ребрам в послеоперационном периоде.

Ключевые слова: грудная клетка; воронкообразная деформация; торакопластика; математическое моделирование